

سلسلة 1	البنيات الجبرية	السنة 2 بكالوريا علوم رياضية
<p>تمرين 1: لكل $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ نضع : $x * y = \ln(\exp(x) + \exp(y))$ (exp يرمز لدالة الأس النبيري)</p> <p>(1) بين أن * تبادلي و تجميعي (2) بين أن * لا يقبل أي عنصر محايد في \mathbb{R} (3) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* \underbrace{x * x * \dots * x}_n = \ln(n) + x$ (4) بين أن : $]0; +\infty[$ جزء مستقر من $(\mathbb{R}, *)$ (5) بين أن : $] -\infty; 0[$ ليس جزءا مستقرا من $(\mathbb{R}, *)$</p>		
<p>تمرين 2: لكل $(x, y) \in E^2$ حيث $E =]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$ نضع : $x * y = x + y - 2xy$</p> <p>(1) بين أن * قانون تركيب داخلي (2) بين أن * تبادلي و تجميعي (3) هل * يقبل عنصرا محايدا في E ؟ (4) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* \underbrace{x * x * \dots * x}_n = \frac{1}{2}(1 - (1 - 2x)^n)$</p>		
<p>تمرين 3: لكل $(x, y) \in E^2$ حيث $E =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ نضع : $xTy = xy - x - y + 2$</p> <p>(1) تحقق أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad xTy = (x-1)(y-1) + 1$ (2) بين أن T قانون تركيب داخلي (3) بين أن T تبادلي و تجميعي (4) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في E (5) بين أن كل عنصر x من E يقبل مائثلا بالنسبة للقانون T (6) بين أن جميع عناصر المجموعة E منتظمة (7) بين أن المجال $]1; +\infty[$ جزء مستقر بالنسبة للقانون T</p>		
<p>تمرين 4: لكل $(x, y) \in]-1; 1[^2$ نضع : $xTy = \frac{y-x}{1-xy}$</p> <p>(1) بين أن T قانون تركيب داخلي (2) هل T تبادلي؟ تجميعي؟</p>		
<p>تمرين 5: لكل $(x, y) \in]-1; 1[^2$ نضع : $xTy = \frac{x+y}{1+xy}$</p> <p>(1) بين أن T قانون تركيب داخلي و أنه تبادلي و تجميعي (2) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في E (3) بين أن كل عنصر x من $] -1; 1[$ يقبل مائثلا بالنسبة للقانون T (4) نعتبر التطبيق : $x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ أ) بين أن f تشاكل من $(]-1; 1[, T)$ نحو $(\mathbb{R}, +)$ ب) بين أن التشاكل f تقابلي و حدد تقابله العكسي ج) احسب بدلالة n و a التعبير : $a_n = \underbrace{aTaT\dots Ta}_n$ حيث $a \in]-1; 1[$ و $n \in \mathbb{N}^*$</p>		